Лабораторная работа № 8
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС И МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЗВЕНА МЕТОДОМ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Освоить методику и приобрести практические навыки экспериментального определения центров масс звеньев и их моментов инерции методом физического маятника.

МАТЕРИАЛЬНОЕ ОСНАЩЕНИЕ

Лабораторная установка ТММ-25, испытуемое звено (шатун ДВС).

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В механике вращательного движения динамический момент инерции используется аналогично массе в механике поступательного движения, т. е. является мерой инертности тела (звена) при вращении его вокруг какой-либо оси.

Можно сконструировать звенья механизма, обладающие одинаковыми по величине, но различно геометрически расположенными массами. Такие звенья будут иметь различные моменты инерции, и при прочих равных условиях моменты от сил инерции этих звеньев будут отличаться. Поэтому при динамических расчетах механизмов необходимо знать геометрическое расположение масс в звеньях.

Динамический момент инерции плоского звена относительно оси, проходящей через точку *O*, аналитически представляет собой интеграл:

$$J_0 = \int_0^m \rho^2 dm,$$

где ρ – расстояние элементарной массы от оси вращения, м;

dm – элемент массы звена, кг.

В плоских механизмах оси вращения располагаются перпендикулярно плоскостям движения звеньев. Относительно осей вращения и определяются моменты инерции. Для некоторых звеньев, находящихся в сложном плоскопараллельном движении, для звеньев сложной конфигурации момент инерции трудно найти аналитическим методом, поэтому его чаще всего определяют экспериментальными методами.

Применяются разнообразные экспериментальные методы: метод физического маятника, метод крутильных колебаний, метод падающего груза и др. Одни наиболее пригодны для звеньев, имеющих форму тел вращения, другие – для звеньев с несимметричной формой.

Метод физического маятника

Звено подвешивается на призме A (рис. 1) так, чтобы оно могло совершать колебательное движение, и рассматривается как физический маятник.

На звено относительно оси подвеса действуют два момента: от тангенциальной составляющей силы тяжести, приложенной в центре масс, и от силы инерции.

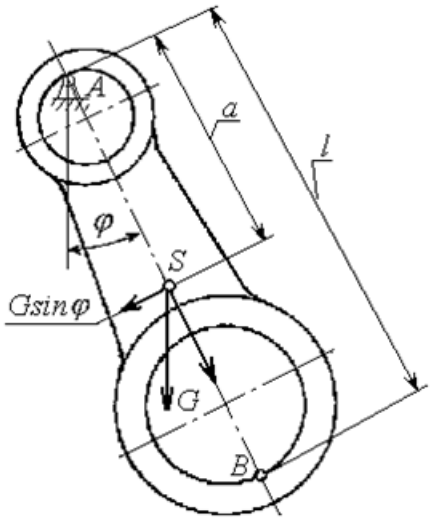

Рис. 1. Звено (шатун ДВС)

Применив принцип Даламбера, можно записать уравнение равновесия звена:

$$J_A\varepsilon + Ga\sin\varphi = 0, \qquad (1)$$

где J_A – момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку A, кг·м^2;

ε – угловое ускорение,

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \qquad (2)$$

G – сила тяжести, $G = mg$, Н;

a – расстояние от оси качения звена до центра масс, м.

Вследствие малого значения угла качения, можно принять $\sin\varphi = \varphi$. Тогда уравнение (1) запишется в следующем виде:

$$J_A\frac{d^2\varphi}{dt^2} + mga\varphi = 0. \qquad (3)$$

Разделим полученное уравнение на J_A, тогда оно примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mga}{J_A}\varphi = 0. \qquad (4)$$

Обозначив

$$\frac{mga}{J_A} = K^2, \qquad (5)$$

получим однородное, линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + K^2\varphi = 0. \qquad (6)$$

Из теоретической механики известно, что уравнение такого вида соответствует простым гармоническим колебаниям с угловой частотой

$$K = \frac{2\pi}{T}. \qquad (7)$$

где T – период колебаний, с.

Решив совместно уравнения (5) и (7) , определим момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку *A*:

$$J_A = \frac{T^2}{4\pi^2} mga. \qquad (8)$$

Момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс *S*, согласно теореме Гюйгенса, вычисляется по формуле

$$J_S = J_A - ma^2. \qquad (9)$$

Следовательно, чтобы определить момент инерции звена, необходимо знать массу звена, расстояние от оси подвеса до центра масс, период колебаний звена.

Определение центров масс

Существует несколько способов экспериментального определения положения центра масс звеньев: уравновешивание на призме, двукратное подвешивания на призме, двукратное покачивание на призме и др. Выбор способа обуславливается сложностью формы конкретного звена. Рассмотрим простые, но наиболее распространенные из них.

Способ уравновешивания на призме применяется к звеньям симметричной формы (рис. 2). Звено устанавливается на призму и уравновешивается. Точки соприкосновения звена с рабочим ребром призмы в уравновешенном положении отмечаются, затем соединяются отрезком АВ. Точка пересечения отрезка АВ с осью симметрии определяет положение центра масс S.

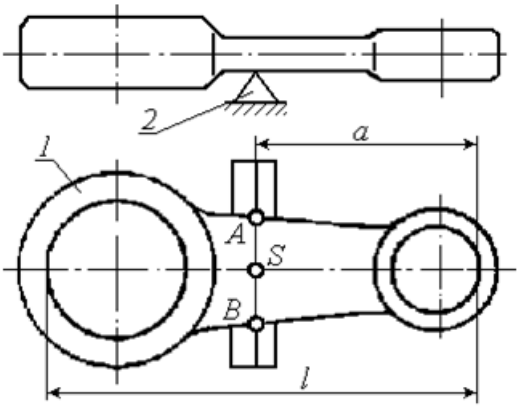

Рис. 2. Звено симметричной формы

Положение центра масс крупных симметричных звеньев удобнее определять способом, показанным на рис. 3. Звено 1 подвешивается на нити 2, привязанной к двум проушинам звена. В точке подвеса закрепляется отвес 3. Точка пересечения вертикальной линии отвеса с осью симметрии звена и определяет положение центра масс *S* этого звена.

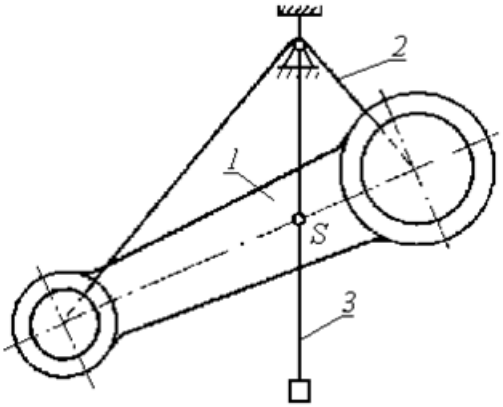

Рис. 3. Крупное симметричное звено

Способ двукратного подвешивания звена на призме применяют для звеньев более сложной формы (рис. 4). Он заключается в следующем: подвешивая звено втулкой *A* на призму, с помощью отвеса отмечают линию центра масс *Ax*; затем, подвешивая звено втулкой *B*, отмечает новую линию центра масс *By*. Пересечение линий *Ax* и *By* определяет положение центра масс звена точку *S*. Центр масс может находиться и за пределами контура звена.

Устройство лабораторной установки

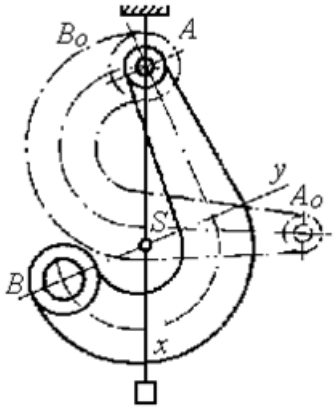

Рис. 4. Звено сложной формы

Опыты проводятся на специальной установке ТММ-25. Это настольный прибор, состоящий из стойки, укрепленной в трех опорном штативе. На верхнем конце стойки укреплена стальная трехгранная призма с рабочим ребром, обращенным вверх.

Штатив опирается на регулируемые ножки (винты) и снабжен круглым уровнем. Установка штатива по уровню обеспечивает горизонтальное положение рабочего ребра призмы.

На стойке закреплена клиновидная планка, которая служит указателем предельно допустимых амплитуд качания звена.

Техническая характеристика установки: наибольшая масса подвешиваемого груза – 6 кг; диаметр проушины звена, не менее – 20 мм; длина рабочего ребра призмы – 60 мм; точность установки по уровню – ± 10 с.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Взвесить испытуемое звено (шатун ДВС).
2. Одним из описанных методов определить положение центра масс звена.
3. Измерить размеры *l* и a (см. рис. 2).
4. Надеть испытуемое звено на призму прибора и определить период полного колебания. При колебании деталь должна отклоняться от вертикального положения на угол 6...7°. Период *T* взять как среднее из 10 колебаний.
5. Проделать то же самое, надев испытуемое звено другой проушиной.

6. По формулам (8) и (9) определить соответствующие моменты инерции звена.

7. Оформить отчет.

ОТЧЕТ
о лабораторной работе № 8
«Определение центра масс и момента инерции звена методом физического маятника»

1. Эскиз звена.

2. Параметры звена.

Масса, m = кг.

Расстояние между точками подвесам l = м.

Расстояние от первой точки подвеса до центра масса a = м.

3. Результаты опытов.

Номер опыта	Первое положение подвеса		Второе положение подвеса	
	$10T_1$, с	T_1, с	$10T_2$, с	T_2, с
1				
2				
3				

4. Результаты вычислений

$$J_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} mga; \qquad J_s = J_1 - ma^2;$$

$$J_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} mg(l-a); \qquad J_s^{'} = J_2 - m(l-a)^2.$$

Ошибка опыта

$$\overline{J_s} = \frac{J_s + J_s^{'}}{2}; \qquad \Delta = \frac{J_s - J_s^{'}}{\overline{J_s}} 100\%.$$

Если результаты не совпадают и отличаются более чем на 5 %, то необходимо уточнить расстояние до центра масс (м) по формуле

$$a = \frac{gT_2^2 - 4\pi^2 l}{g\left(T_1^2 + T_2^2\right) - 8\pi^2 l} l.$$

Окончательный результат: J_s = ; a = ; Δ = .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое момент инерции тела относительно оси? В чем заключается физический смысл этой величины.

2. Каково соотношение моментов инерции тела относительно параллельных осей, стоящих друг от друга на заданном расстоянии?

3. Какие методы определения моментов инерции Вы знаете?

4. Какими методами определяются моменты инерции тел вращения, относительно центральной оси?

5. В чем заключается способ уравновешивания на призме звеньев симметричной формы?

6. В чем заключается сущность способа двукратного подвешивания звена на призме?